

物理（力学）

5 枚の内 1

- [1] 以下の文章を読んで、 (A) ~ (J) に適した式を埋めると共に、 (K) , (L) には適切な語句を記載せよ。

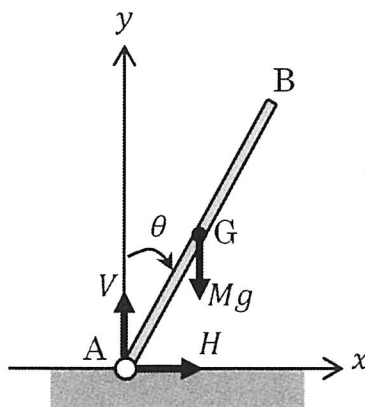


図 1

図 1 のように、長さ $2a$ 、質量 M の密度が一樣な剛体棒 AB の下端 A をヒンジ（回転可能）で水平面上に固定し、ほぼ鉛直な静止状態から倒れる際の面内運動を考える。棒の運動は、 y 軸からの棒の傾きである回転角 θ （時計回り正）で定義することができる。ただし、初期のほぼ鉛直状態における回転角 θ は、微小な正の値とする。棒に作用する外力は、鉛直下向きの重力のみであり、重力加速度を g とする。A 点における水平抗力 H と垂直抗力 V を回転角 θ の関数として求める。

まず、A 点周りの棒の慣性モーメントは、 (A) （導出も記載せよ）である。

A 点周りの回転に関する運動方程式より、

$$\ddot{\theta} = \text{ (B)} \quad (1)$$

エネルギー保存則より

$$\dot{\theta}^2 = \text{ (C)} \quad (2)$$

が求まる。次に、棒の重心の位置 G の座標を (x, y) とすると、重心 G に関する水平方向と鉛直方向の運動方程式はそれぞれ以下の 2 式となる。

$$\text{ (D)} \quad (3)$$

$$\text{ (E)} \quad (4)$$

式(1)と式(2)の結果を用いて、水平抗力 H と垂直抗力 V を回転角 θ の関数として表すと以下の通りとなる。ただし、 $\ddot{\theta}$ 、 $\dot{\theta}$ は使用しない。

$$H = \text{ (F)} \quad (5)$$

$$V = \text{ (G)} \quad (6)$$

物理（力学）	5 枚の内 2
以上より，棒の端（B 点）が水平面に到達する際の水平抗力 H は (H)，垂直抗力 V は (I) となる．また，回転角 θ が (J) の時に，水平抗力 H の向きが (K) 向きから，(L) 向きに変化する．	

物理（力学）

5 枚の内 3

- [2] 人工衛星が地上 h の高さを速さ v で円軌道を描いて回っている（図2）．地球は質量 M ，半径 R の完全な球体で一様な密度で（重心が中心にある），人工衛星は質量 m で大きさが無視でき，地球と人工衛星の間の万有引力以外の力は作用しないものとする．以下の空欄の(a)～(k)に適した解答を埋めよ．ただし， を適切な式で， を適切な語句で埋めること．

人工衛星に作用する万有引力 F は万有引力定数 G を用いると，

$$F = \text{ (a)}$$

で表される． F は速さ v の円運動の向心力になるので，運動方程式より，

$$\text{ (b)} = \text{ (a)}$$

と表される．これより，人工衛星の円周回運動の速さ v は高さ h の関数で表され，

$$v = \text{ (c)}$$

飛行高度が低いほど， v は (d) なる．

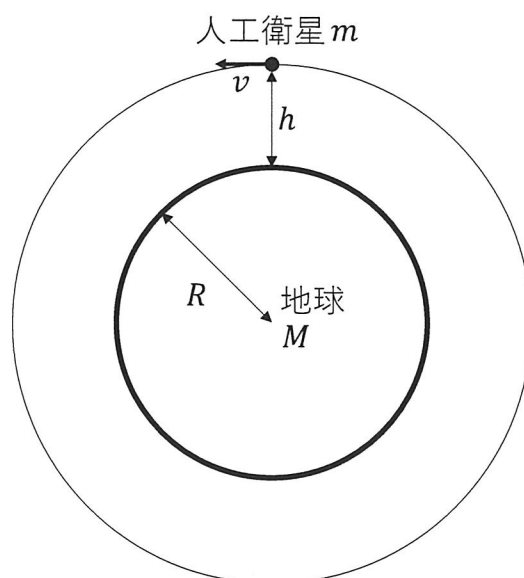


図2

次に、役目を終えた人工衛星を地上に落下させる場合を考える．図3のA地点でまず v_A まで減速して楕円軌道に移行させ，地球の反対側のB地点（高度 $h/2$ ）に来たところで v_B まで減速し，さらに半周してA地点の直下の地表のC地点に落下させよう．なお，速度制御に伴う人工衛星の質量変化は十分小さく，無視できるものとする．

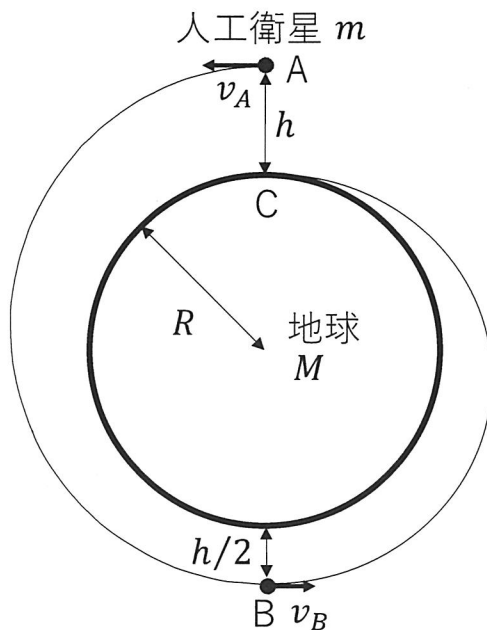


図3

一般に楕円軌道の長軸 $2a$ は力学的全エネルギー E によって定まり，次の関係式で表される．

$$2a = \frac{GmM}{-E}$$

B地点を通過するには，A地点で v から v_A まで減速した後の楕円軌道の長軸が

(e)

になればよい．位置エネルギーは無限遠点でゼロとすると，

$$\frac{GmM}{\text{(e)}} = -E = -\left(\text{(f)} \right)$$

と表せる．これを整理すると，

$$v_A = \text{(g)}$$

となる．

物理（力学）	5 枚の内 5
なお，B 地点に到達した時の速さ v'_B は，ケプラーの第 2 法則（面積速度一定の法則）より， $v'_B =$ (h) v_A となり，v_A に比べて (i) なる． C 地点に到達するには，B 地点で v'_B から v_B まで減速した後の楕円軌道の長軸が (j) になればよい．最終的に C 地点に到達する時の速さ v_C は， $v_C =$ (k) となる．このようにして，適切な場所で適切に速度を制御できれば，海や砂漠などの安全な地点に人工衛星を落下させることができる．	