物理（力学）	５枚の内１

[1] 図 1 のように，半径 b の半円柱を水平面上に固定し，その円周面上を，密度が一様な，質量 M，断面の半径 a の円柱が転がる運動を考える．半円柱の中心を O，円柱の中心を P，また，円柱の回転は時計まわりを正とし，角速度を $\dot{\varphi}$，円柱中心 P 点の移動速度を Vとする．拡大図にある F とN は，それぞれ円柱の周方向とそれに直交する方向に作用する力である．また，円柱と半円柱の軸は水平かつ平行であり，二つの物体の間には滑りがないものとする．円周率をπ，重力加速度を g とし，円柱は半円柱より短く，両端がはみ出さない．なお，空気抵抗の力は無視できるものとする．以下の空欄の (A) ～ (M) に適した解答を埋めなさい．ただし，$\boxed{}$を式で，$\boxed{\boxed{}}$を語句で，┆　┆を値で埋めること．

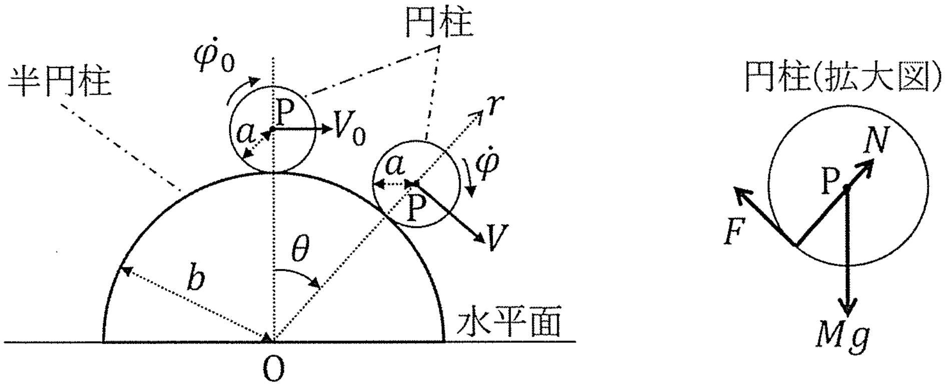

図 1　固定した半円柱上を滑らずに転がる円柱

[1-1] 円柱の中心 P を通る回転軸まわりの，円柱の慣性モーメントは $\boxed{\text{(A)}}$ である．円柱が半円柱面の上を滑らずに転がる際，円柱に $\boxed{\text{(B)}}$，$\boxed{\text{(C)}}$，$\boxed{\text{(D)}}$ という力が作用する．

[1-2] 円柱の中心 P の位置を，半円柱の中心 O を原点とする極座標系を用いて表す．OP と鉛直方向のなす角が θ で，時計まわりを正とし，また，円柱と半円柱が離れないこと（すなわち，$\overline{\mathrm{OP}} = r = a + b$）とする．さらに，極座標系における加速度の半径方向の成分は $-r\dot{\theta}^2$ であるとして，この座標系での円柱の中心 $\mathrm{P}(r, \theta)$ が満たす半円柱の半径方向と円周方向の運動方程式はそれぞれ，$\boxed{\text{(E)}}$ と $\boxed{\text{(F)}}$ である．円柱の中心まわりの回転の運動方程式は $\boxed{\text{(G)}}$ である．

物理（力学）	５枚の内２

[1-3] 以下では，初期位置（角 $\theta = 0$ ）から初速 V_0 と $\dot{\varphi}_0$ で円柱を図 1 のように右へ，滑らず転がるように放したあとの運動を考える．円柱と半円柱の間に滑りがないことから，円柱を放す瞬間（角 $\theta = 0$）と放したあと（任意の角 θ）で成り立つエネルギー保存則の式を $\dot{\varphi}$ と $\dot{\theta}$ で表すと $\boxed{\text{(H)}}$ となる．

[1-4] 半円柱の半径は円柱の半径の 4 倍，すなわち $b = 4a$ とする．微小時間 Δt の間に転がる距離を考えると，滑りがないことから，円柱の転がった弧の長さとその転がりに該当する半円柱の弧の長さが等しいため，$\boxed{\text{(I)}} = b\dot{\theta}\Delta t$ が成り立つ．この関係および [1-2] の運動方程式，[1-3] のエネルギー保存則の式を利用すれば，角 θ における力 $N = \boxed{\text{(J)}}$ を求めることができる．転がる円柱は水平面に達する前の角 $\theta_1 = \boxed{\text{(K)}}$ で，半円柱面から離れる．

[1-5] 初速 V_0 が大きいほど，円柱が半円柱から離れる角 θ_1 は $\boxed{\text{(L)}}$ なる．[1-4] と同様に $b = 4a$ とし，円柱が初期位置から少しでも転がる条件，すなわち，円柱が半円柱面を即座に離れない条件として，初速 V_0 が $\sqrt{\boxed{\text{(M)}}\,ag}$ より小さくなければならない．

物理（力学）	５枚の内３

[2] 図 2(a)に示すように，水平な床の上に密度が一様で質量が M の直方体の剛体が置かれている．剛体は O 点において床とヒンジで結合されている．剛体の対角線の長さを L，側面と対角線の角度を α とする．剛体の O 点まわりの慣性モーメントは $ML^2/3$ である．剛体の O 点まわりの回転角 θ は時計まわりを正とする．紙面に直交する方向への移動，回転は生じない．空気抵抗や摩擦等のエネルギー損失は無視する．重力加速度を g とする．角度の単位にはラジアンを用いる．

[2-1]～[2-3] の文章を読んで，$\boxed{\text{(A)}}$ ～ $\boxed{\text{(O)}}$ に適した式を埋めよ．

[2-1] 剛体の重心位置に水平右方向の力 F を作用させたときに，図 2(b)に示すように剛体が O 点まわりに回転し，角度 $\theta\ (>0)$ でつり合って静止している状態を考える．このとき，O 点まわりのモーメントのつり合い式を立てると，

$$\boxed{\text{(A)}} = 0$$

となる．上式において，F が 0 となる角度 θ は，$\theta = \boxed{\text{(B)}}$ である．

[2-2] $\theta = \theta_0$（$0 < \theta_0 < \boxed{\text{(B)}}$）となるような 水平右方向の力 F により剛体がつり合って静止している状態を考える．そして，力 F を取り除くことにより，剛体に回転運動を生じさせる．

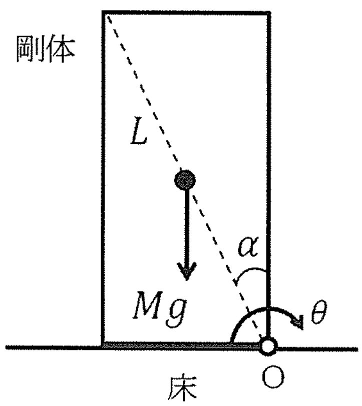

図 2(a)

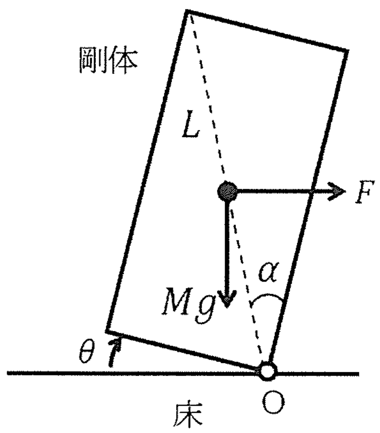

図 2(b)

物理（力学）	５枚の内４

力 F を取り除いたときの時間 t を0とすると,回転の運動方程式は次のように表される.

$$\frac{ML^2}{3}\ddot{\theta}(t) = \boxed{\text{(C)}} \quad (1)$$

ここでは, θ が時間 t の関数であることを明示するために $\theta(t)$ と書いている. $\sin(\alpha-\theta(t)) \cong \alpha-\theta(t)$, $\cos(\alpha-\theta(t)) \cong 1$ の近似が成立すると仮定し, 式 (1) を $\theta(t)$ について整理すると,

$$\ddot{\theta}(t) = \boxed{\text{(D)}}\left(\theta(t) + \boxed{\text{(E)}}\right) \quad (2)$$

となる. 式 (2) を初期条件 $\theta(0)=\theta_0$, $\dot{\theta}(0)=0$ の下で解くと, $\theta(t)$は次のように表される.

$$\theta(t) = \boxed{\text{(F)}} \quad (3)$$

式 (3) から, 剛体の回転角 $\theta(t)$ は時間の経過とともに減少し, 0 となったときに剛体と床の衝突が生じる. 剛体と床の衝突によるエネルギー損失はないため, 剛体の回転角は再び上昇して最大値 $\boxed{\text{(G)}}$ に達した後, 再び減少する. このように剛体は周期 $\boxed{\text{(H)}}$ の自由振動を起こす.

[2-3] 初期状態において, 剛体は図 2(a) のように回転角 0 で静止しているとする. 水平右方向に一定の力 F を時間 0 から t_0 まで重心に与え, O 点まわりに回転させることを考える. このときの回転の運動方程式は,

$$\frac{ML^2}{3}\ddot{\theta}(t) = \boxed{\text{(I)}} \quad (4)$$

となる. $\sin(\alpha-\theta(t)) \cong \alpha-\theta(t)$, $\cos(\alpha-\theta(t)) \cong 1$ の近似が成立すると仮定し, 式 (4)を $\theta(t)$ について整理すると,

$$\ddot{\theta}(t) = \boxed{\text{(J)}}\left(\theta(t) + \boxed{\text{(K)}}\right) \quad (5)$$

となる. これより, 剛体に回転が生じる条件は, $F > \boxed{\text{(L)}}$ であることがわかる. $F > \boxed{\text{(L)}}$ が成立するとき, 式 (5) を初期条件 $\theta(0)=0, \dot{\theta}(0)=0$ の下で解くと, $\theta(t)$は次のように表される.

$$\theta(t) = \boxed{\text{(M)}} \quad (6)$$

次に，剛体が O 点まわりに転倒するのに必要な力の作用時間 t_0 について考える．力 F が時間 t_0 までになす仕事 W は $\boxed{\text{(N)}}$ である．転倒するには，$\theta > \boxed{\text{(B)}}$ となる必要がある． $\theta = \boxed{\text{(B)}}$ のときの初期状態からの位置エネルギーの増加は $MgL(1-\cos\alpha)/2$ となるため，剛体が O 点まわりに転倒するのに必要な力の作用時間は，$t_0 > \boxed{\text{(O)}}$ となる．