| 物理（力学） | ４枚の内１ |
|---|---|

[1] 滑らかな床に置かれた台上での小物体の振動について考える．以下の問[1-1]から[1-8]に答えよ．式変形を伴う記述に関しては，変形の過程についても記述せよ．

[1-1] 極座標系の位置ベクトルが $\boldsymbol{r}=r\boldsymbol{e}_r$ と書けるとき，極座標系の加速度ベクトルが

$$\boldsymbol{a}=\left(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2\right)\boldsymbol{e}_r+\left(2\dot{r}\dot{\theta}+r\ddot{\theta}\right)\boldsymbol{e}_\theta \tag{1}$$

と書けることを示せ．ここに，$r$：動径，$\theta$：方位角，$\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$：動径方向，方位角方向の単位ベクトルである．式(1)の導出には，以下の関係は証明なしに用いてよい．

$$\dot{\boldsymbol{e}}_r=\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta,\quad \dot{\boldsymbol{e}}_\theta=-\dot{\theta}\boldsymbol{e}_r \tag{2}$$

図 1-1 に示すように水平な床の上に置かれた台（質量 $M$）の内側に断面が円形のレール（半径 $R$）が設置されており，小物体（質量 $m$）は滑らかなレール上を動くことができる．小物体はレールを離れることはない．水平方向に $x$ 軸をとる．

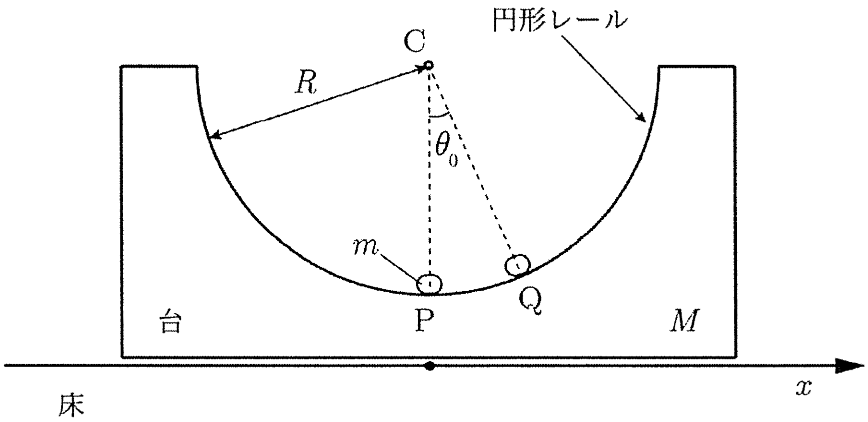


図 1-1

| 物理（力学） | 4 枚の内 2 |
|---|---|

はじめに，台を床に固定したときについて考える．

[1-2] 小物体をレール上の点 Q（偏角 $\theta_0$）で静かに放すと，小物体は単振動した．小物体がレールから受ける垂直抗力を $\boldsymbol{N}$ とすると，この運動における小物体の運動方程式は，

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{N} + m\boldsymbol{g} \tag{3}$$

と書ける．ここに，$\boldsymbol{a}$ : 加速度ベクトル，$\boldsymbol{g}$ : 重力加速度ベクトルである．重力加速度ベクトルと垂直抗力は $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$ を用いて

$$\boldsymbol{g} = \left(g\cos\theta\right)\boldsymbol{e}_r - \left(g\sin\theta\right)\boldsymbol{e}_\theta, \quad \boldsymbol{N} = -N\boldsymbol{e}_r, \quad g = \left|\boldsymbol{g}\right|, \quad N = \left|\boldsymbol{N}\right| \tag{4}$$

と表される．式(1), (3), (4)を用いて，偏角 $\theta$ のときの動径方向と方位角方向の小物体の運動方程式を導出せよ．

[1-3] 偏角 $\theta$ が微小なとき，方位角方向の運動方程式から偏角 $\theta$ の微分方程式を導いて，振動の周期 $T_0$ を求めよ．

次に，台が滑らかな床の上を動くことができるときについて考える．台の移動は水平方向に生じ，台が床から離れることはない．

[1-4] はじめに，台を手で押さえて小物体をレール上の点 Q（偏角 $\theta_0$）に配置し，小物体と台とを同時に静かに放す．このとき，台と小物体とから成る二体系の重心は $x$ 方向には動かない．この理由を説明せよ．

[1-5] 偏角 $\theta$ が微小なとき，この二体系は単振動する．小物体の座標を $x$, 台の重心の座標を $X$ として，水平（$x$ 軸）方向の小物体と台の運動方程式，および座標 $x$, $X$ と偏角 $\theta$ が満たす関係式を示せ．これらの式から，鉛直方向の小物体の加速度は無視できるとして，二体系の振動の周期 $T_1$ を求めよ．ただし，偏角 $\theta$ の 2 次以上の項は無視できるとする．

| 物理（力学） | ４枚の内３ |
| --- | --- |

次に，図 1-2 に示すように，台に設置されたレールの形状が，動円の直径が $R$ のサイクロイド

$$x = a\left(2\phi + \sin 2\phi\right), \quad y = a\left(1 - \cos 2\phi\right), \quad a = \frac{R}{2}, \quad -\frac{\pi}{2} \le \phi \le \frac{\pi}{2} \tag{5}$$

で与えられるときを考える．$x, y$ は水平方向および鉛直方向の座標である．小物体はレールを離れることはない．

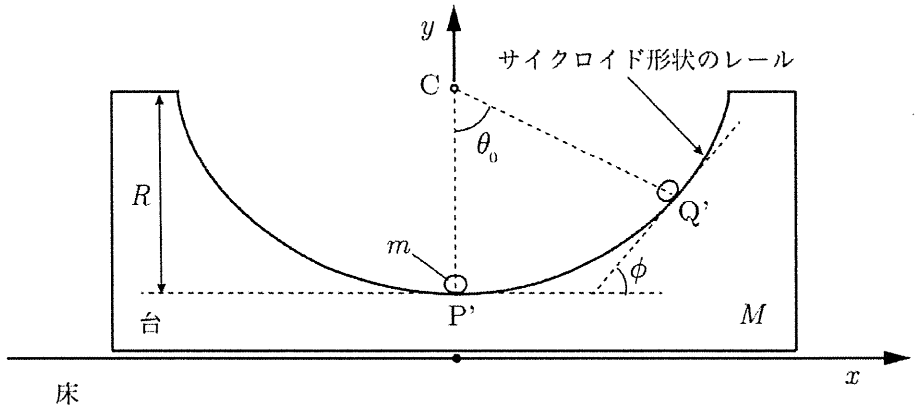


図 1-2

[1-6] 台を床に固定し，小物体を動円の直径が $R$ のサイクロイド上の点 Q'（角 $\theta_0$）で静かに放すと，小物体は振動した．点 Q' における接線が水平線となす角を $\phi$ として，点 P', Q' の間の曲線長 $s$ を $R$ と $\phi$ とで表せ．さらに，小物体の接線方向の運動方程式を示し，振動の周期 $T_2$ を求めよ．

[1-7] 台が滑らかな床の上を動くことができるときについて考える．台の移動は水平方向に生じ，台が床から離れることはない．台を手で押さえて小物体をレール上の点 Q' に配置し，小物体と台とを同時に静かに放すと，この二体系は振動した．角 $\phi$ が微小なとき，鉛直方向の小物体の加速度は無視できるとして，二体系の振動の周期 $T_3$ を求めよ．

[1-8] 図 1-1 と図 1-2 の装置を床に固定した状態で小物体を振動させて振動周期を測定する．振動周期の測定値を周期 $T_0$ と $T_2$ の式に代入すると，重力加速度の大きさが計算できる．この方法で重力加速度の大きさを推定するとき，図 1-2 の装置が図 1-1 の装置より優れていると言える理由を述べよ．

| 物理（力学） | ４枚の内４ |
| --- | --- |

[2] 摩擦が無視できる滑らかな水平面上に，質量 $m$ の 2 つの円盤を質量が無視できる剛な棒の両端に固定したダンベル状の物体 A が置かれている．物体 A の両端の円盤の中心間距離は $2r$ である．この物体 A の片方の円盤に，質量が $M$ で同じ厚さの円盤 B を図 2-1(a)のように連結棒に垂直な向きから速度 $V_1$ で衝突させた．ただし，衝突前に円盤 B の中心は，質量 $m$ の円盤の中心を通り連結棒に垂直な直線上にあった．図 2-1(b)のように衝突直後に円盤 B の速度は $V_2$ となり，物体 A は角速度$\omega$で回転しつつ，その重心が速度 $v$ で移動を始めた．その後，物体 A と円盤 B が衝突することはなかった．以下の問[2-1]から[2-4]に答えよ．

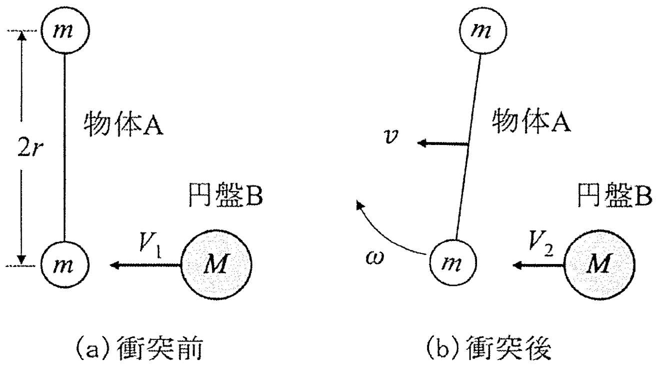


図 2-1

[2-1] ダンベル状の物体 A の重心回りの慣性モーメント $I$ を，両端の円盤の大きさは無視できるとして，$m$，$r$ で表現せよ．問[2-3]および[2-4]では，ここで求めた慣性モーメントを用いよ．

[2-2] 並進運動について運動量保存則を適用し，$v$ を $m$，$M$，$V_1$，$V_2$ で表現せよ．

[2-3] 回転運動について角運動量保存則を適用し，$\omega$ を $m$，$M$，$V_1$，$V_2$，$r$ で表現せよ．

[2-4] 力学的エネルギー保存則を適用し，$M$ と $m$ の比を $V_1$，$V_2$ で表現せよ．

# 正誤表

## 物理（力学）

[2-4]

（誤）…保存則<u>を適用し</u>,

（正）…保存則<u>が成り立つとし</u>,